

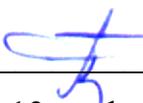
Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 13 » февраля 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Численные методы в механике сплошных сред (специальные
разделы)
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: магистратура
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 108 (3)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 01.04.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления)

Направленность: Математическое моделирование физико-механических
процессов
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель изучения дисциплины – сформировать представление, теоретические знания и практические навыки решения нестационарных, физически и геометрически нелинейных задач механики сплошных сред (МСС) (в частности механики деформируемого твердого тела (МДТТ)), обратных и некорректных задач для их эффективного использования при построении и анализе математических моделей систем и процессов.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен

Знать:

подходы к построению разрешающих соотношений метода конечных элементов для стационарных, нестационарных, физически и геометрически нелинейных задач механики сплошных сред.

Уметь:

использовать численные методы для решения реальных задач, связанных с научно-исследовательской работой студентов.

Владеть:

- навыками формирования представлений о методах и подходах решения обратных и некорректных задач.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Предметом освоения дисциплины являются метод конечных элементов, применительно к решению стационарных и нестационарных задач, задач упругости, пластичности и вязкости при простом и сложном нагружении, геометрически нелинейных задач МСС; понятийный аппарат, теоретические подходы к регуляризации решения обратных и некорректных задач, численные алгоритмы методов регуляризации.

1.3. Входные требования

Студенты должны знать основные численные методами алгебры, анализа, решения линейных дифференциальных уравнений.

Кроме того, излагаемый материал основывается на знаниях, полученных при изучении математических и физических дисциплин естественнонаучного направления (линейная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, функциональный анализ, тензорный анализ, механика сплошных сред, теория определяющих соотношений)

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-1ПК-1.1	Знает: основные численные методы для решения дифференциальных уравнений, нелинейных, некорректных и обратных задач их возможности и ограничения; способы оценки корректности численных результатов, возможности и ограничения основных численных методов; способы оценки корректности численных результатов	Знает особенности и границы применимости современных моделей материалов, аналитических и численных методов решения задач физики и механики сплошных сред, знает методы построения новых математических моделей для решения прикладных задач моделирования физико-механических процессов.	Контрольная работа
ПК-1.1	ИД-2ПК-1.1	Умеет: выбрать и применить наиболее эффективный численный метод или существующий пакет для решения многомерных, нестационарных, связанных, нелинейных, некорректных и обратных задач, связанных с реализацией моделей физико-механических процессов	Умеет обосновывать выбор и применять современные математические модели материалов, разрабатывать новые математические модели сплошных сред для решения междисциплинарных прикладных и фундаментальных научных задач, анализировать результаты их решения и идентифицировать параметры математических моделей по экспериментальным данным, умеет модифицировать и развивать методы решения прикладных задач физики и механики сплошных сред	Индивидуальное задание
ПК-1.1	ИД-3ПК-1.1	Владеет: навыками разработки и реализации вычислительных алгоритмов; использования существующих вычислительных пакетов; оценки точности и адекватности численных результатов при решении практических прикладных задач	Владеет навыками технологией разработки новых математических моделей сложных сред и имеет опыт решения современных междисциплинарных физико-механических задач с использованием известных и модифицированных подходов и методов	Курсовая работа

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		моделирования физико-механических процессов	физики и механики сплошных сред, опытом применения на практике результатов их решения	

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		2	
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	45	45	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	16	16	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	27	27	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	63	63	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет			
Зачет	9	9	
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)	18	18	
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
2-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Теоретические основы и практическое приенение метода конечных элементов	12	0	16	42
Тема 1. Введение. Проекционный и вариационный подходы к построению разрешающих соотношений МКЭ. Тема 2.. Виды конечных элементов и их классификация. Дискретизация расчетной области. Тема 3. Отображение и численное интегрирование. Тема 4. Постановка и решение нестационарных и динамических задач. Тема 5. Физически нелинейные задачи. Тема 6. Геометрически нелинейные задачи. Общие положения.				
Введение в методы решения обратных и некорректных задач	4	0	11	21
Тема 7. Введение. Основные понятия, определения и примеры обратных и некорректных задач. Тема 8. Методы регуляризации. Тема 9. Применение методов регуляризации для решения задач МДТТ.				
ИТОГО по 2-му семестру	16	0	27	63
ИТОГО по дисциплине	16	0	27	63

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Проекционные и вариационные подходы к построению разрешающих соотношений МКЭ. Минимизация функционала и уравнение Эйлера в простейших примерах.
2	Построение базисных функций для элементов различного типа, формы, порядка аппроксимации.
3	Параметрические отображения из локальных координат в глобальные. Применение интегральных квадратурных формул Гаусса
4	Вывод разрешающих соотношений для двумерных нестационарных и динамических задач на основе пространственной и пространственно-временной дискретизации в рамках МКЭ.
5	Вывод разрешающих соотношений для двумерных задач пластичности и текучести для различных типов КЭ.
6	Вывод и доказательство разрешающих соотношений геометрически нелинейных задач теории упругости.
7	Вывод и доказательство теоретических утверждений, приведенных на лекции. Проверка самосопряженности и положительности операторов.
8	Методы регуляризации
9	Решение обратной задачи теплопроводности (первая, вторая постановки) в виде интегрального уравнения Фредгольма I-го рода. Метод квазиобращения.

Тематика примерных курсовых проектов/работ

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
1	Применение метода дополнительных деформаций для решения задачи пластичности методом конечных элементов при сложном нагружении
2	Применение метода дополнительных деформаций для решения задачи вязкоупругости методом конечных элементов при сложном нагружении
3	Методы регуляризации для решения некорректных задач линейной алгебры.
4	Регуляризованные разностные схемы.
5	Итерационное решение ретроспективной задачи.

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Зубко И. Ю. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы : учебное пособие для вузов / И. Ю. Зубко, Н. Д. Няшина. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012.	5
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Ватульян А. О. Коэффициентные обратные задачи механики : монография / А. О. Ватульян. - Москва: Физматлит, 2019.	1
2	Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике : пер. с англ. / О. К. Зенкевич. - Москва: Мир, 1975.	1
3	Самарский А. А. Численные методы решения обратных задач математической физики : учебное пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. - Москва: Изд-во ЛКИ, 2015.	2
4	Самарский А.А. Введение в численные методы : учебное пособие для вузов / А. А. Самарский. - Санкт-Петербург: Лань, 2005.	40
5	Сегерлинд Л. Д. Применение метода конечных элементов : пер. с англ. / Л. Д. Сегерлинд. - Москва: Мир, 1979.	12
6	Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач : учебное пособие для вузов / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. - Москва: Наука, 1986.	13
2.2. Периодические издания		
1	Вестник ПНИПУ. Механика : журнал / Пермский национальный исследовательский политехнический университет ; Под ред. А. А. Ташкинова. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012 - .	
2	Вычислительная механика сплошных сред : журнал / Российская академия наук, Уральское отделение; Институт механики сплошных сред. - Пермь: ИМСС УрО РАН, 2008 - .	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Введение в математическое моделирование : учебное пособие / В. Н. Ашихмин [и др.]. - М: Логос, 2007.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPSTUbooks118312	сеть Интернет; свободный доступ

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Основная литература	Зубко И. Ю. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы : учебное пособие для вузов / И. Ю. Зубко, Н. Д. Няшина. - Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012.	http://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib3502	сеть Интернет; свободный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	Windows 10 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017
Прикладное программное обеспечение общего назначения	MATLAB 7.9 + Simulink 7.4 Academic, ПНИПУ 2009 г.
Среды разработки, тестирования и отладки	Embarcadero Delphi 2007, лиц. № 33948, 137 лиц. ПНИПУ 2008 г.

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	https://elibrary.ru/
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Курсовая работа	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	10
Лекция	Видеопроектор	1
Лекция	Ноутбук	1

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Практическое занятие	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	10

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
**«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Численные методы в механики сплошных сред
(специальные разделы)»**

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки:	01.04.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математическое моделирование физико-механических процессов
Квалификация выпускника:	«Магистр»
Выпускающая кафедра:	Математическое моделирование систем и процессов
Форма обучения:	Очная

Курс: 1 **Семестр:** 2

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану:	3 ЗЕ
Часов по рабочему учебному плану:	108 ч.

Форма промежуточной аттестации:

Зачёт: 2 семестр	Курсовая работа: 2 семестр
------------------	----------------------------

Пермь 2022

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (2-го семестра учебного плана) и разбито на 2 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля			
	Текущий	Рубежный	Промежуточный	
	ТО	Т/РКР	КР	Зачет
Усвоенные знания				
З.1. основные численные методы для решения дифференциальных уравнений, нелинейных, некорректных и обратных задач их возможности и ограничения; способы оценки корректности численных результатов	ТО	Т		ТВ
З.2. возможности и ограничения основных численных методов; способы оценки корректности численных результатов	ТО	РКР		ТВ
Освоенные умения				
У.1. выбрать наиболее эффективный численный метод или существующий пакет для решения многомерных, нестационарных, связанных, нелинейных, некорректных и обратных задач, связанных с реализацией моделей сложных систем.		РКР	КР	ПЗ
У.2. Применять адекватный численный метод для решения прикладных задач моделирования физико-механических процессов		РКР	КР	ПЗ
Приобретенные владения				

В.1. навыками разработки и реализации вычислительных алгоритмов; использования существующих вычислительных пакетов; оценки точности и адекватности численных результатов			КР	ПЗ
В.2. навыками разработки и реализации вычислительных алгоритмов; использования существующих вычислительных пакетов при решении практических прикладных задач моделирования физико-механических процессов			КР	ПЗ

ТО – теоретический опрос; РКР – рубежная контрольная работа; КР – курсовая работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание;

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде зачета, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;
- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и

учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме и рубежных контрольных работ (после изучения каждого модуля учебной дисциплины).

2.2.1. Защита индивидуальных заданий (расчетных работ)

Всего запланировано 4 расчетных работы. Типовые темы расчетных работ приведены в РПД.

Защита расчетной работы проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

Типовые индивидуальные задания для контроля приобретенных владений:

2.2.2. Рубежная контрольная работа

Согласно РПД запланировано 2 рубежные контрольные работы (КР) после освоения студентами учебных модулей дисциплины (после изучения 1 модуля – в форме бланочного тестирования, после изучения 2 модуля – в форме письменной контрольной работы). Первая КР по модулю 1 «Метод конечных элементов», вторая КР – по модулю 2 «Обратные и некорректные задачи».

Типовые задания первой КР:

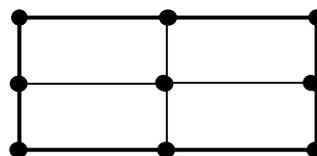
Типовые вопросы и задания теста первой КР:

1. Функции формы $\varphi_0 = \xi(\xi - 1)/2$, $\varphi_1 = -(\xi - 1)(\xi + 1)/2$, $\varphi_2 = \xi(\xi + 1)/2$ задают на одномерном конечном элементе аппроксимацию:

- а) * квадратичную;
- б) квадратичную иерархическую;
- в) кубическую;
- г) кубическую иерархическую.

2. На рисунке изображен двумерный конечный элемент:

- а) * второго порядка лагранжева семейства;
- б) третьего порядка лагранжева семейства;
- в) второго порядка серендипова семейства;
- г) третьего порядка серендипова семейства.



3 Для решения задачи 1D теплопроводности необходимо построить матрицу

$$[\Lambda]_{kl} = \int_{x_i}^{x_j} \lambda \frac{d\varphi_k}{dx} \frac{d\varphi_l}{dx} dx, \quad k, l = \overline{1, m}$$

теплопроводности: . Каков размер локальной матрицы при условии использования для аппроксимации квадратичных КЭ?

- а) 2×2;
- б) * 3×3;
- в) 4×4;
- г) 5×5.

Типовые задания второй КР:

1. Определение корректной (по Адамару) и некорректной задачи. Виды обратных задач.
2. Примеры некорректных задач.
3. Пример Тихонова.
4. Пример Адамара.
5. Покажите самосопряженность и неотрицательность дифференциального оператора одномерного параболического уравнения.
6. Запишите регуляризованную схему для простейшей явной разностной схемы. Сформулируйте условия ее устойчивости.

Типовые шкала и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3. Выполнение комплексного индивидуального задания на самостоятельную работу

Для оценивания навыков и опыта деятельности (владения), как результата обучения по дисциплине, не имеющей курсового проекта или работы, используется индивидуальное комплексное задание студенту.

Типовые шкала и критерии оценки результатов защиты индивидуального комплексного задания приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.4. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

2.4.1. Процедура промежуточной аттестации без дополнительного аттестационного испытания

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Зачет по дисциплине основывается на результатах выполнения предыдущих индивидуальных заданий студента по данной дисциплине.

Критерии выведения итоговой оценки за компоненты компетенций при проведении промежуточной аттестации в виде зачета приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.4.2. Процедура промежуточной аттестации с проведением аттестационного испытания

В отдельных случаях (например, в случае переаттестации дисциплины) промежуточная аттестация в виде зачета по дисциплине может проводиться с проведением аттестационного испытания по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки усвоенных умений и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций.

2.4.2.1. Типовые вопросы и задания для зачета по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Проекционные методы. Основные понятия (базисы, операторы проектирования на конечномерные пространства, условие ортогональности).
2. Вариационные принципы (симметричные, положительно определенные операторы, слабая вариация функционала, необходимое условие экстремума функционала, уравнение Эйлера).
3. Метод Рунге минимизации функционала.
4. Одномерные элементы лагранжева типа, иерархический базис.
5. Одномерные эрмитовы элементы.
6. Двумерные четырехугольные элементы: лагранжевы, серендиповы элементы.

Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений:

1. Проверить симметричность и положительную определенность

оператора, определенного равенством $L\varphi = -\frac{d^2\varphi}{dx^2}$, $x \in (0,1)$, относительно функций удовлетворяющих условиям $\frac{d\varphi}{dx} + a\varphi = 0, x = 0$; $\frac{d\varphi}{dx} + b\varphi = 0, x = 1$; $a < 0, b > 0$ – заданные константы. здесь

2. Проверить симметричность и положительную определенность оператора, определенного равенством

$$L\varphi = -\frac{\partial}{\partial x}\left(a(x,y)\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(b(x,y)\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right), \quad a(x,y) \geq 0, \quad b(x,y) \geq 0,$$

Приобретенные владения проверяются и оцениваются при защите курсовой работы. Типовые темы курсово работы перечислены в РПД.

2.4.2.2. Шкалы оценивания результатов обучения на зачете

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче зачета для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при зачете считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде зачета используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.